

государственное бюджетное общеобразовательное учреждение Самарской области средняя общеобразовательная школа имени Героя России Евгения Александровича Кирюшина с. Большая Раковка муниципального района Красноярский Самарской области

РАССМОТРЕНО:
на заседании ШМС
протокол № 1
от 22.06.2022 г.
Руководитель
ШМС _____/Пшенина М.В./
(ФИО)

ПРОВЕРЕНО:
Зам. директора по УВР
_____/Семиколенова В.В. /
(ФИО)
24.08.2022 г.

УТВЕРЖДАЮ:
Директор школы
_____/Ю.А.Табakov/
(ФИО)
Приказ № 130-од от
31.08.2022 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА
(для профильных классов)**

Элективный курс: «Решение тригонометрических уравнений»

Класс: 10

Общее количество часов по учебному плану 34 часа в год

Составитель: Лукьянчева Т.П.

Пояснительная записка

Основная задача обучения математики в школе заключается в обеспечении прочного и сознательного овладения учащимися системой математических знаний и умений, необходимых в повседневной жизни и трудовой деятельности каждому члену современного общества, достаточных для изучения смежных дисциплин и продолжения образования.

Наряду с решением основной задачи углубленное изучение математики предусматривает формирование у учащихся устойчивого интереса к предмету, выявление и развитие их математических способностей, ориентацию на профессии, существенным образом связанные с математикой, подготовку обучения в вузе.

В углубленном изучении математики выделяются два этапа, отвечающие возрастным возможностям и потребностям школьников и соответственно различающиеся по целям

Первый этап относится к основной школе, второй – к старшей школе. Учащийся может начать углубленное изучение математики как в основной школе, начиная с VIII класса, так и в старшей школе, начиная с X класса.

Первый этап углубленного изучения математики является в значительной мере ориентационным. На этом этапе ученику надо помочь осознать степень своего интереса к предмету и оценить возможности овладения им, с тем чтобы по окончании IX класса он смог сделать сознательный выбор в пользу дальнейшего углубленного либо обычного изучения математики. Интерес и склонность учащегося к математике должны всемирно подкрепляться и развиваться.

Углубленное изучение математики на втором этапе предполагает наличие у учащихся более или менее устойчивого интереса к математике и намерение выбрать после окончания школы выбранную с ней профессию. Обучение на втором этапе должно обеспечить подготовку к поступлению в вуз и продолжению образования, а так же к профессиональной деятельности, требующей достаточно высокой математической культуры.

Разработка данного элективного курса обусловлена тем, что на изучение темы «Решение тригонометрических уравнений» в 10 классе отводится довольно не продолжительное время (14 часов). За этот период учащиеся не могут в полной мере освоить различные методы решения тригонометрических уравнений. Это связано с возрастными и психологическими особенностями подростков, в виду этого они не

могут полноценно освоить алгоритмы решения тригонометрических уравнений, особенно те, в которых используются тригонометрические формулы и их преобразования.

В результате изучения курса математики учащиеся должны уметь:

- *решать простейшие тригонометрические уравнения и неравенства;*
- *иметь представления о графическом способе решения уравнений;*
- *проводить различные преобразования тригонометрических выражений.*

Все эти умения необходимы учащимся для успешной сдачи итоговой аттестации в форме ЕГЭ, так как данная тема широко представлена в КИМах, и практика последних лет показывает, что у ряда выпускников при решении подобных задания возникают серьезные затруднения, что крайне не желательно. Поэтому для успешного усвоения темы «Решение тригонометрических уравнений» был разработан данный курс. И наконец появляется, все больше специальностей требующих высокого уровня математической подготовки (экономика, физика, химия, информатика и др.). Все это вызывает у учащихся потребность в углубленном изучении предмета математика или отдельных тем, вызывающих у учащихся повышенный интерес.

Цели курса:

- формирование у учащихся потребностей в изучении различных способов и алгоритмов решения тригонометрических уравнений;
- способствовать интеллектуальному развитию учащихся, формированию математического стиля мышления при решении элементарных тригонометрических уравнений, которые необходимы при решении более сложных типов тригонометрических уравнений;
- формировать представления о решениях тригонометрических уравнений, как составной части решения тригонометрических неравенств, систем уравнений.

1. Практическая математическая компетентность предполагает что выпускник умеет:

- решать простейшие тригонометрические уравнения, знает частные случаи решения этих уравнений;
- применять различные способы и приемы решения тригонометрических уравнений;
- применять функциональные понятия, знать тригонометрические функции и их свойства;

- применять обратные тригонометрические функции для проверки полученных корней.

2. Социально- личностная компетентность предполагает:

- овладение стилем мышления, характерным для математика, его доказательностью, строгостью;
- умение логически мыслить, применять различные методы для решения уравнений, уметь выдвигать гипотезы в решении уравнений;
- уметь ясно, точно и грамотно выражать свои мысли в устной и письменной форме, использовать графический язык математики;
- уметь пользоваться различными информационными источниками для подготовки к занятиям;
- уметь осуществлять алгоритмическую деятельность и конструировать новые умения для решения более сложных задач.

3. Общекультурная компетентность предполагает что ученик:

- что решение тригонометрических уравнений является неотъемлемой частью раздела «Тригонометрия», ее знание необходимо для решения тригонометрических неравенств и систем уравнений;
- понимает, что решение тригонометрических уравнений возникло из потребностей человека в практической деятельности и продолжает развиваться;
- понимает, что математическая символика и формулы тригонометрии позволяют описывать общие свойства решений не только тригонометрических уравнений, но и систем уравнений, неравенств не только в алгебре, но и в геометрии, физике.

Задачи курса:

- сформировать умения решать простейшие и сводящиеся к ним тригонометрические уравнения;
- освоить приемы решения различных видов тригонометрических уравнений;
- помочь учащемуся оценить свой потенциал с точки зрения образовательной перспективы.

Данный курс рассчитан на учащихся 10 класса естественно-математического профиля (1 час в неделю, 34 часа в год), предполагает знание алгоритма решения типовых уравнений и уравнений более высокой степени сложности. Анализ содержания темы позволил выделить типы уравнений и алгоритм их решения, которые и составили

основу изучаемого курса. Основные формы организации учебных занятий: лекции, семинары, тестовые работы, самостоятельные и контрольные работы. Все задания курса направлены на повышение интереса у учащихся к предмету, расширение представлений об изучаемом материале.

Курс характеризуется рациональным сочетанием логической строгости, графической наглядности, является открытым, в него можно добавлять различные новые фрагменты. Курс может быть использован при подготовке к сдаче ЕГЭ.

Формы контроля: входная контрольная работа, промежуточные контрольные работы, итоговая контрольная работа.

ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

№	ТЕМА, РАЗДЕЛ	КОЛ-ВО ЧАСОВ	В ТОМ ЧИСЛЕ			ФОРМА КОНТРОЛЯ
			ЛЕКЦИЯ	ПРАКТИКА	СЕМИНАР	
1	Простейшие тригонометрические уравнения и неравенства.	3	1	1		Входная к/р
2	Тригонометрические уравнения содержащие тригонометрические функции одинакового аргумента.	2	1	1		
3	Однородные тригонометрические уравнения 1,2 степени уравнения приводимые к ним и неравенства.	3	1	2		
4	Уравнения вида: $asinx+bcosx=0$	2		2		
5	Уравнения, рациональные относительно выражений $sinx+cosx, sinx-cosx, sinx*cosx$	2		2		
6	Тождественные преобразования в решении стандартных тригонометрических уравнений.	3		2		с/р
7	Тригонометрические функции тройного аргумента.	2	1	1		
8	О форме записи множества решений.	2	1	1		
9	Отбор корней в дробно-рациональных уравнениях	4	1	2		с/р
10	Сужение области определения уравнения в процессе преобразований.	2	1	1		
11	Решение тригонометрических уравнений возведением обеих частей в квадрат	2		2		

12	Методы преобразований (сложения, вычитания, умножения, деления).	3	1	2		
13	Решение тригонометрических уравнений методом экстремальных значений.	3	1	2		
14	Решение тригонометрических уравнений с помощью скалярного преобразования векторов.	2	1	1		
15	Решение уравнений вида: $\sin x = \sin y$, $\cos x = \cos y$, $\operatorname{tg} x = \operatorname{tg} y$.	4	1	2		к/р
16	Уравнения с ограничениями.	3	1	1	1	
17	Системы тригонометрических уравнений.	3	1	2		
18	Тригонометрические задачи со сложными аргументами	3	1	2		
19	Уравнения содержащие обратные тригонометрические функции.	2		2		
20	Решение задач с параметрами.	3	1	2		
21	Решение уравнений содержащих логарифмические и тригонометрические функции.	4	1	2		к/р
22	Применение тригонометрических подстановок в алгебраических уравнениях.	3	1	1	1	
23	Итоговое повторение по всему курсу.	3		3		
24	Итоговая контрольная работа.	2				

Классификация уравнений по видам

Вид уравнения	Методы решения и используемые формулы	Примеры
1. Простейшие тригонометрические уравнения и уравнения сводящиеся к ним.		
$\sin x = a$ $\cos x = a$ $\operatorname{tg} x = a$ $\operatorname{ctg} x = a$	$X = (-1)^n \arcsin a + \pi n, n \in \mathbb{Z}$ $X = \pm \arccos a + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ $X = \operatorname{arctg} a + \pi n, n \in \mathbb{Z}$ $X = \operatorname{arccotg} a + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ $\arcsin(-a) = -\arcsin a$ $\arccos(-a) = \pi - \arccos a$ $\operatorname{arctg}(-a) = -\operatorname{arctg} a$ $\operatorname{arccotg}(-a) = \pi - \operatorname{arccotg} a$	<p style="text-align: center;">Знакомая задача</p> $\cos 2x = 0; \cos 3x = -1; 2\cos 4x = 2;$ $\cos x = 1/\sqrt{2}; \cos x/2 = 1,5;$ $\sin 4x = -\sqrt{2}/2; \sin x = 1/2; 2\sin x = \sqrt{2};$ $\sin 2x = -\sqrt{2}/2;$ $\operatorname{tg} 2x = 0; \operatorname{tg} 3x = 0; \operatorname{tg} 2x = 1; \operatorname{tg} x = \sqrt{3};$ $\operatorname{tg} x = -1/\sqrt{2}.$ <p style="text-align: center;">Модифицированная задача</p> $4\sqrt{3} \sin(3x - 2\pi/8) - 6 = 0;$ $1/\sin(4x + \pi/6) = 2;$ $4 \sin^2 3x - 1 = 0;$ $4 \cos^2 x/2 - 3 = 0;$ $\sin 2x = \pi/2.$ <p style="text-align: center;">Незнакомая задача</p> $2 \cos^2 x = 1; 2 \sin x = 1;$ $(a^2 - 1) \cos x + (a+1) \sin x = 2a$ $\sin 2\pi/x = \sqrt{2}/2$ $\sin 3\pi/x = -1/2$

2. Уравнения приводимые к квадратным

$a \cos^2 x + b \cos x + c = 0$ $a \sin^2 x + b \sin x + c = 0$ $a \cos^2 x + b \sin x + c = 0$ $a \sin^2 x + b \cos x + c = 0$ $a \cos 2x + b \sin x + c = 0$ $a \cos 2x + b \cos x + c = 0$	<p>Используется основное тригонометрическое тождество: $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$</p> <p>формулы $\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1 = 1 - 2 \sin^2 x$</p> <p>замена $t = \sin x$ или $t = \cos x$</p> <p>Формулы корней квадратного уравнения.</p>	<p style="text-align: center;">Знакомая задача</p> $8 \cos^2 x + 6 \cos x - 3 = 0;$ $8 \sin^2 x - 6 \sin x - 5 = 0;$ $8 \sin^2 x + 6 \cos x - 3 = 0;$ $\operatorname{tg}^2 x - (1 + \sqrt{3})\operatorname{tg} x + \sqrt{3} = 0;$ $3 \cos 2x = 7 \sin x;$ $2 \cos 2x = 7 \cos x;$ $\sin^2 x/2 - 2 \cos x/2 = -2.$
Модифицированная задача		
$\operatorname{tg} x + 3 \operatorname{ctg} x = 4$ $2 \cos (3\pi/2 + 2x) = 3 \operatorname{ctg} (3\pi + 2x);$ $\sin^4 x/2 - \cos^4 x/2 = 1/2;$ $\cos^4 x - \sin^4 x = \sqrt{3}/2;$ $2\cos^2 3x + \sin 3x + 1 = 0;$ $\sin 3x - 3 \cos 6x = 2$ $3 \sin^2 2x + \sin 2x = (\sin x - \cos x)^2.$		
Незнакомая задача		
$2 \sin^2 x - (2a + 1) \sin x + a = 0;$ $\sin^4 x + \cos^4 x + \sin 2x = a$ $a \sin^2 x + \cos x = 0$		

3. Уравнения, решаемые разложением левой части на множители.

	$\sin^3 ax \pm \cos^3 ax;$ $\sin^4 ax \pm \cos^4 ax;$ $\sin^6 ax \pm \cos^6 ax;$ $\sin^8 ax \pm \cos^8 ax;$ $\cos ax \pm \cos by;$	$\sin^4 x + \cos^4 x = 5/9;$ $\sin^6 x + \cos^6 x = \cos 2x;$ $\sin 2x - \sin x = 0;$ $\cos 3x + \sin 5x = 0;$ $\sin x + \sin 3x = 0;$
--	--	--

	$\sin ax \pm \sin by.$ Формулы сокращенного умножения.	$\cos 2x - \cos 6x = 0;$ $\cos(3x + 45^\circ) + \cos 15^\circ = 0;$ $\sin^2 x + \cos^2 x + \sin^2 3x = 1.5;$ $\cos 2x = \sin^3 x + \cos^3 x.$
4. Тригонометрические уравнения различного вида.		
$a \sin x + b \cos x = c$	Способ универсальной тригонометрической подстановки. $\sin x = 2 \operatorname{tg} \frac{x}{2} : 1 - \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2};$ $\cos x = 1 - \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2} : 1 + \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2};$ $\operatorname{Tg} x = 1 - \operatorname{tg} \frac{x}{2} : 1 - \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}$	$3 \sin x + 4 \cos x = 3;$ $3 \sin x - 4 \cos x = 5;$ $5 \sin x - 4 \cos x = 4;$ $\sin 2x - \cos 2x = 1/\sqrt{2};$ $\sin 2x - \cos 2x + 1 = 0;$
$a \sin x + b \cos x = c$	Способ вспомогательного аргумента (метод Ибн Юниса)	$2 \sin x - 3 \cos x = 0;$ $\sin 2x + \cos 2x = 0;$ $5 \sin 3x + 2 \cos 3x = 0;$ $5 \cos 2x - 3 \sin 2x = 0;$
5. Однородные тригонометрические уравнения второй степени и сводящиеся к ним.		
$a \sin^2 x + b \sin x \cos x + c \cos^2 x = 0$	$a \operatorname{tg}^2 x + b \operatorname{tg} x + c = 0$ Решение тригонометрических уравнений способом понижения степени. $2 \sin \frac{x}{2} = 1 - \cos x$ $2 \cos^2 \frac{x}{2} = 1 + \cos x$	$2 \sin^2 x + 5 \sin x \cos x + 3 \cos^2 x = 0;$ $3 \cos 2x - 5 \sin x - \sin 2x = 0;$ $3 \sin^2 2x + 0.5 \sin 4x - 4 \cos^2 2x = 0;$ $\cos^2 x - 3 \sin x \cos x + 2 \sin^2 x = 2.$ $2 \sin^2 x + \cos 4x = 0;$ $2 \cos^2 2x + \cos 10x = 0;$ $\cos 2x + 4 \sin^4 x = 8 \cos^6 x;$ $\cos^2 3x + \cos^2 4x + \cos^2 x = 1.5$

6. Уравнения, решаемые с помощью оценок для синуса и косинуса.		
		$(\sqrt{3} \cos x + \sin x) \sin 4x = 2;$ $\sin^4 x + \cos^3 x = 1;$ $2 \cos^2 2x - \sin 3x = -1;$ $\cos^4 x + \sin^3 x = -1;$ $\cos 2x = 1 + a^2/$
7. Уравнения, содержащие радикал.		
		$\sqrt{8-17 \sin x} = -2 \cos x;$ $\sqrt{1+8 \sin 2x} = \cos^2 2x/$
8. Уравнения, содержащие модуль.		
		$5 \sin^2 + 8 \cos x + 1 = \cos x + \cos^2 x;$ $ \sin x = \sin x + 2 \cos x;$ $ \cos x = \cos x - 2 \sin x;$ $\sin x-2 = a-3 ;$
9. Уравнения со сложными тригонометрическими функциями.		
		$\sin 2\pi x + 6 \cos \pi x = 3 + \sin \pi x;$ $\cos 2\pi x - 3 \sin \pi x + 1 = 0.$
10. Уравнения с обратными тригонометрическими функциями.		
		$2 \arcsin 2x = \arccos 7x;$ $\arccos (\sin x) = x/4 + \pi/2$

Список использованной литературы.

1. Максютин А.А. Математика 10. ;
2. Бородуля И.Т. «Тригонометрические уравнения и неравенства»;
3. Евдокимова Н.Н. «Тригонометрия. Теория и примеры»;
4. Макеева А.В. «Карточки по тригонометрии 10-11 кл.»;
5. Шабунин М.И., Ткачева М.В., Федорова Н.Е., Газарян З.Г. «Алгебра и начала анализа», дидактический материал для 10-11 кл.
6. Крамор В.С. «Повторяем и систематизируем школьный курс алгебры и начала анализа»;
7. Локоть В.В. « Задачи с параметрами и их решение: Тригонометрические уравнения, неравенства, системы. 10 кл.»
8. Саакян С.Н. «Задачи по алгебре и началам анализа: пособие для учащихся 10-11 кл.»